

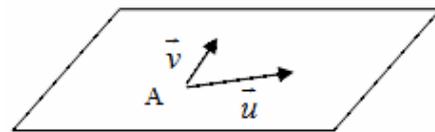
L'espace est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

CARACTERISATION D'UN PLAN

• Plan défini par un point et deux vecteurs directeurs

Définition :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non colinéaires de l'espace.



Le plan \mathcal{P} passe par un point A et a pour vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} signifie que \mathcal{P} est l'ensemble des points M tels que $\vec{AM} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$ où α et β réels.

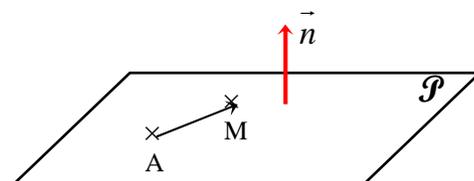
• Plan défini par trois points.

Le plan (ABC) est l'ensemble des points M tels que $\vec{AM} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$ où α et β réels.

• Plan défini par un point et un vecteur normal

Propriété :

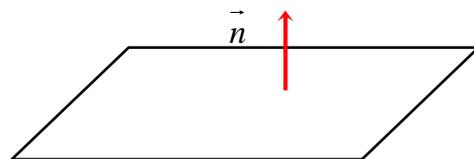
Le plan P passant par un point A donné et dont un vecteur normal est $\vec{n} \neq \vec{0}$ est l'ensemble des points M tels que $\vec{AM} \cdot \vec{n} = 0$



VECTEUR NORMAL A UN PLAN

Définition :

Un vecteur normal à un plan est un vecteur directeur d'une droite orthogonale à ce plan.



EQUATION CARTESIENNE D'UN PLAN

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère **orthonormal** de l'espace.

Propriété :

Tout plan de l'espace admet une équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$
où a, b, c sont des réels non tous nuls, et d un réel quelconque.

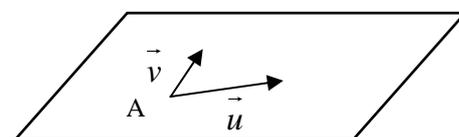
Réciproquement,

toute équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$ est celle d'un plan de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

Définition :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non colinéaires de l'espace.

Le plan \mathcal{P} passe par un point A et a pour vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} signifie que \mathcal{P} est l'ensemble des points M tels que $\vec{AM} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$



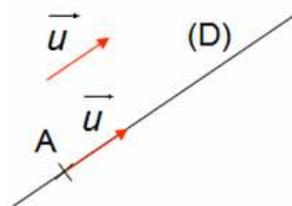
REPRESENTATIONS PARAMETRIQUES

1°) Représentation paramétrique d'une droite

Propriété 1 :

Soit D une droite passant par A (x_A, y_A, z_A) et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$.

$M (x, y, z) \in D \Leftrightarrow$ il existe un réel k tel que
$$\begin{cases} x = x_A + k\alpha \\ y = y_A + k\beta \\ z = z_A + k\gamma \end{cases}$$



Ce système est une **représentation paramétrique** de D.

Propriété 2 :

Si α, β, γ sont trois réels non nuls simultanément, le système
$$\begin{cases} x = a + t\alpha \\ y = b + t\beta \\ z = c + t\gamma \end{cases}$$
 où t réel, est une représentation

paramétrique de la droite passant par le point A (a, b, c) et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$.

Remarques :

- Le paramètre k peut-être remplacé par n'importe quelle autre lettre distincte de x, y, z .
- A chaque réel k correspond un unique point M de la droite.
- Il n'y a pas unicité de la représentation paramétrique d'une droite dans l'espace.

2°) Représentation paramétrique d'un plan

Propriété 3 :

Soit P un plan passant par A (x_A, y_A, z_A) et de vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}$.

$M (x, y, z) \in P \Leftrightarrow$ il existe deux réels k et k' tels que
$$\begin{cases} x = x_A + k\alpha + k'\alpha' \\ y = y_A + k\beta + k'\beta' \\ z = z_A + k\gamma + k'\gamma' \end{cases}$$

Ce système est une **représentation paramétrique** de P.

Propriété 4 :

$\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ sont des réels tels que α, β, γ ne soient pas proportionnels à α', β', γ'

Le système
$$\begin{cases} x = a + k\alpha + k'\alpha' \\ y = b + k\beta + k'\beta' \\ z = c + k\gamma + k'\gamma' \end{cases}$$
 où t et t' réels, est une représentation paramétrique du plan passant par le

point A (a, b, c) et de vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}$.

Remarque : Il n'y a pas unicité de la représentation paramétrique d'un plan dans l'espace.